

На правах рукописи



**Жарков Денис Александрович**

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АМПЛИТУДНЫХ  
ХАРАКТЕРИСТИК ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В  
НЕОДНОРОДНЫХ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ СРЕДАХ**

Специальность 1.6.9  
«Геофизика»

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2025

Работа выполнена в лаборатории «Фундаментальных проблем экологической геофизики и вулканологии» Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института физики Земли им. О. Ю. Шмидта Российской академии наук.

**Научный руководитель**

**Жостков Руслан Александрович** – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории «Фундаментальных проблем экологической геофизики и вулканологии» Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук.

**Официальные оппоненты:**

**Румянцева Ольга Дмитриевна** – доктор физико-математических наук, доцент кафедры акустики физического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»;

**Данилов Константин Борисович** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федерального исследовательского центра комплексного изучения Арктики имени академика Н.П. Лаверова Уральского отделения Российской академии наук.

**Ведущая организация:**

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск.**

Защита диссертации состоится 19 февраля 2026 г. в 14 часов на заседании Диссертационного совета 24.1.132.01, созданного на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН, по адресу 123242, г. Москва, ул. Большая Грузинская, д.10, стр.1, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИФЗ РАН и на сайте института [www.ifz.ru](http://www.ifz.ru). Автореферат размещен на официальном сайте Высшей аттестационной комиссии при Министерстве образования и науки Российской Федерации [vak.gisnauka.ru](http://vak.gisnauka.ru) и на сайте ИФЗ РАН [www.ifz.ru](http://www.ifz.ru).

Отзывы на автореферат, заверенные печатью, в одном экземпляре направлять по адресу: 123242, Москва, Большая Грузинская ул., д. 10, стр. 1, ИФЗ РАН, ученому секретарю диссертационного совета Жосткову Руслану Александровичу.

Автореферат разослан «\_\_» декабря 2025 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
кандидат физико-математических наук

Р.А. Жостков

## **ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

### **Актуальность темы**

Актуальность темы, представленной в диссертационной работе, обусловлена необходимостью совершенствования используемых пассивных поверхностно-волновых методов изучения геофизических сред, показывающих высокую эффективность в практике геофизических работ.

В настоящее время количественную интерпретацию имеют методы, основанные на анализе скоростных характеристик поверхностных волн, в то время как методы, основанные на анализе амплитудных характеристик, в частности метод микросейсмического зондирования (ММЗ), не имеют процедуры инверсии и поэтому позволяют получать лишь качественную информацию о структуре среды.

Имея аналитический подход, позволяющий рассчитывать, как скоростные, так и амплитудные характеристики поверхностных волн, представляется возможным эффективно решать прямые задачи методов как дисперсионной, так и статистической группы. Это открывает возможность их комплексирования, т.е. построения такого алгоритма инверсии, который бы учитывал всю доступную экспериментальную информацию, что позволит существенно улучшить точность и качество получаемых результатов. Важно отметить, что реализация комплексирования возможна с помощью численного моделирования, однако аналитический подход является существенно эффективнее с точки зрения вычислительных ресурсов, что актуально для решения обратной задачи.

### **Цель и основные задачи исследования**

Целью диссертационной работы является разработка подхода, позволяющего аналитически рассчитывать амплитудные характеристики поверхностной акустической волны (ПАВ) в горизонтально неоднородной слоистой среде.

Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

1. Построить математическую модель распространения ПАВ в неоднородной среде для расчета как скоростных, так и амплитудных характеристик волны.
2. Произвести валидацию полученной математической модели с помощью сравнения с результатами численного моделирования.
3. Определить область применимости подхода, т.е. количественно определить вклад допущений, лежащих в основе математической модели.
4. Проанализировать получаемые зависимости относительной амплитуды ПАВ на свободной границе от параметров слоистой среды.
5. С помощью разработанного алгоритма решить прямую задачу микросейсмического зондирования.
6. Продемонстрировать возможность реализации алгоритма инверсии на основе предлагаемого подхода.

### **Результаты и их научная новизна**

1. Предложен новый обобщенный подход, позволяющий описывать изменение амплитуды ПАВ на поверхности среды при переходе из одной слоистой среды с нормальной дисперсией в другую.
2. Рассмотрены различные конфигурации слоистой среды. Рассчитаны зависимости относительного изменения амплитуды ПАВ от различных

физических и геометрических параметров систем, а также проведена валидация модели на основе сравнения с результатами численного моделирования.

3. Проведено сравнение аналитического и численного подхода к расчету амплитудных характеристик ПАВ. Рассчитаны зависимости невязки между численным и аналитическим решением в зависимости от длины зоны перехода и контраста упругих параметров для однослойной и трехслойной среды и определены зоны применимости аналитического подхода для этих случаев.
4. Проанализирована чувствительность амплитуды ПАВ к изменению скоростей продольных и поперечных волн, а также плотности в многослойной среде и показано, что интерпретация данных ММЗ на основе коэффициента глубинной привязки и ограничение на постоянное значение коэффициента Пуассона может существенно влиять на итоговые результаты.
5. Предложен подход к параметризации среды произвольной конфигурации, а также процедура постобработки для учета эффекта уменьшения абсолютной разрешающей способности ПАВ по горизонтали с увеличением длины зондирующей волны, что позволило получить синтетические данные микросейсмического зондирования.
6. На основе байесовского подхода продемонстрирована возможность применения разработанного метода для решения обратной задачи, а также исследован вклад различных вариантов априорной информации.

#### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Разработанный аналитический подход позволяет рассчитывать амплитудные характеристики поверхностной акустической волны в горизонтально неоднородной слоистой среде с нормальной дисперсией при допустимом градиенте физических параметров исходной среды около 10% на одну длину зондирующей волны.
2. Не существует единого доминирующего параметра среды, влияющего на преобладающее изменение амплитуды поверхностной акустической волны на свободной границе: вклад изменения скоростей упругих волн и плотности сопоставим по величине и имеет существенно нелинейный вид.
3. Предложенный аналитический подход позволяет получить синтетические данные микросейсмического зондирования для произвольно неоднородной среды с нормальной дисперсией.
4. Разработанный аналитический подход может быть использован при решении обратной задачи микросейсмического зондирования.

#### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Теоретическая значимость работы заключается в построении унифицированного подхода к анализу характеристик ПАВ как в вертикально-, так и горизонтально-неоднородных средах, а также получении ряда новых фундаментальных результатов. В частности, показано, что при переходе из однослойной среды в однослойную зависимости изменения амплитуды волны на поверхности среды от изменения скорости поперечных волн имеет экстремум, что говорит о более сложной зависимости свойств ПАВ от этого параметра.

Для многослойной среды показано, что в зависимости от частоты основной вклад в изменение амплитуды ПАВ на поверхности среды может вносить как

изменение скорости продольных, так и поперечных волн. Кроме того, продемонстрировано, что чувствительность относительной амплитуды ПАВ к изменению плотности сопоставима по величине с чувствительность к изменению скоростей упругих волн, в отличие от скорости ПАВ, чувствительность которой к изменению плотности существенно ниже, чем к скоростям упругих волн.

Существенные отличия поведения амплитудных характеристик ПАВ от скоростных дают основания для дальнейших теоретических исследований свойств ПАВ в неоднородных средах.

Практическая значимость работы заключается в возможности использования предлагаемого аналитического подхода для получения синтетических данных микросейсмического зондирования и, как следствие, построения алгоритма инверсии этого метода.

Для определения области применимости построенной математической модели, рассчитаны зависимости невязки между численным и аналитическим решением в зависимости от длины зоны перехода и контраста упругих параметров для однослойной и трехслойной системы. Показано, что область применимости аналитической модели зависит от номера зондируемого слоя. Полученные результаты могут быть использованы для оценки невязки для сложнопостроенных систем, поскольку трехслойную постановку можно считать универсальной.

#### **Личный вклад автора**

В ходе написания данной работы диссертант лично:

1. Выполнил анализ современного состояния исследований по теме диссертационной работы.
2. Выполнил необходимые математические выкладки, а также реализовал программные алгоритмы для их использования на ЭВМ.
3. Провел расчеты на ЭВМ скоростных и амплитудных характеристик ПАВ в рассматриваемых средах с помощью полученных аналитических соотношений.
4. Подготовил графическое представление окончательных результатов.
5. Реализовал программное обеспечение для аналитического исследования прямой и обратной задачи микросейсмического зондирования, в том числе реализовал необходимые для этого алгоритмы параметризации и постобработки.

Численное моделирование, представленное в диссертации, было выполнено научным руководителем к. ф.-м. н. Жостковым Р.А.

#### **Апробация работы**

Результаты работы были представлены в виде докладов на 9 конференциях:

1. Всероссийской научной конференции МФТИ (Долгопрудный, 2023, 2024, 2025);
2. Сессии Российского акустического общества (Москва, 2024, 2025);
3. Всероссийской школе-семинаре «Волновые явления: физика и применения» имени профессора А.П. Сухорукова (Красновидово, 2024, 2025);
4. Научной конференции молодых ученых и аспирантов ИФЗ РАН (Москва, 2023, 2024).

А также ежеквартально докладывались на постояннодействующем семинаре Фундаментальные проблемы экологической геофизики и вулканологии в ИФЗ РАН.

Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 11 печатных изданиях, 3 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК: Акустический журнал, Доклады РАН. Науки о Земле, остальные 8 – в научных трудах и тезисах конференций. Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023669232 [Приложение 1].

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и приложения. Полный объем диссертации составляет 167 страниц текста с 46 рисунками и 15 таблицами. Список литературы содержит 244 наименования.

### **Благодарности**

Автор выражает благодарность научному руководителю, к.ф.-м.н. Руслану Александровичу Жосткову, ведущему научному сотруднику Лаборатории фундаментальных проблем экологической геофизики и вулканологии ИФЗ РАН, за помощь и поддержку как в профессиональном, так и в личном отношении.

Автор благодарен коллегам по лаборатории, в особенности чл.-корр. РАН д.ф.-м.н. Алексею Леонидовичу Собисевичу, д.ф.-м.н. Андрею Владимировичу Разину и к.ф.-м.н. Дмитрию Александровичу Преснову, за общее благожелательное отношение и ценные замечания и комментарии.

Также автор выражает признательность старшему научному сотруднику кафедры акустики физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова к.ф.-м.н. Владимиру Андреевичу Гусеву, который не только внес значительный вклад в выбор основного научного направления, но и продемонстрировал важность и эстетичность теоретического исследования.

## **КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

### **Введение**

Характерные свойства поверхностных акустических волн (ПАВ) позволяют использовать их во многих практических приложениях. В сейсморазведке они используются как средство исследования внутреннего строения внешних слоев Земли (определение границ слоев, дефектов и неоднородностей), поскольку скорость, затухание, амплитуды и структура ПАВ связаны с упругими свойствами сред, вдоль границы которых она распространяется. Такие геофизические методы как многоканальный анализ поверхностных волн (MASW) используют информацию о скорости волны и с их помощью восстанавливается модель исследуемой среды на основе анализа дисперсионной кривой. Другие подходы, например, метод микросейсмического зондирования (ММЗ) или метод спектрального отношения горизонтальной к вертикальной компоненте (HVSR) основаны на измерении амплитуд и последующем анализе спектров измеренных сигналов. Эти подходы имеют свои сильные и слабые стороны и возникает вопрос о возможности объединения этих методов для максимизации используемой экспериментальной информации и получения наиболее точного решения обратных задач. Для этого необходимо отчетливо понимать механизмы распространения поверхностной волны не только в вертикально, но и горизонтально неоднородных средах, причем исследовать не только скоростные характеристики, но и амплитудные.

Диссертация построена следующим образом:

В первой главе представлен обзор современного состояния исследований по теме диссертации, рассмотрены работы, посвященные исследованию ПАВ как в фундаментальном смысле, так и с точки зрения их использования для геофизических приложений. Во второй главе построена и валидирована математическая модель, на основе которой будут проводиться дальнейшие расчеты. В третьей главе исследуется влияние допущений, положенных в основу модели, на область ее применимости. Четвертая глава посвящена анализу чувствительности ПАВ на поверхности неоднородной среды к изменению ее упругих параметров в целях решения вопроса о величине, к которой наиболее чувствителен ММЗ. В пятой главе предлагается подход к параметризации сложнопостроенной неоднородной среды для возможности получения синтетических данных микросейсмического зондирования, а в шестой демонстрируется возможность применения этого подхода для решения обратной задачи.

## **Глава 1. Современное состояние исследований по теме диссертации**

### **1.1. Поверхностные волны в слоистом полупространстве**

В данном разделе рассмотрены фундаментальные работы, посвященные исследованию ПАВ в слоистом полупространстве. Их исследование началось с работы английского физика лорда Рэлея, который показал, что вдоль границы между твёрдым упругим полупространством и вакуумом могут распространяться волны с быстро спадающей амплитудой. Позднее были открыты и другие типы ПАВ и было показано, что ПАВ имеют специфические свойства. Например, для них наблюдается дисперсия – зависимость свойств волны от частоты, что позволяет зондировать с их помощью различные горизонты глубины.

Математическое моделирование ПАВ требует существенных вычислительных ресурсов, поэтому более поздние работы также посвящены этому направлению исследований, включающее, например, развитие метода матричного пропагатора, что в дальнейшем позволило разработать алгоритмы для эффективного расчёта скоростных характеристик ПАВ.

### **1.2. Поверхностно-волновые методы изучения геофизических сред**

В разделе представлен обзор методов, основанных на анализе свойств ПАВ. В настоящее время они подразделяются на активные и пассивные, которые отличаются друг от друга типом источника зондирующих волн. В активных методах тип источника и его параметры считаются известными, в то время как в пассивных методах используются существующие фоновые волновые поля как природного, так и техногенного происхождения. Из-за отсутствия необходимости использовать контролируемый источник волн, пассивные методы имеют ряд преимуществ перед активными, в частности, это относительная простота полевых работ и возможность исследования более глубоких горизонтов в силу низкочастотной природы фонового сигнала.

По типу получаемой и анализируемой информации поверхностно-волновые методы можно условно разделить на «дисперсионные» (или скоростные) и «статистические» (или амплитудные). Первые используют информацию о зависимости скорости поверхностной волны от частоты, т.е. дисперсионную кривую. Вторые основываются на анализе амплитудных соотношений компонент

смещений на земной поверхности. Первая группа методов, в частности MASW и поверхностно-волновая томография (ПВТ), имеет строгую теоретическую основу, из-за чего они активно используются и позволяют получать количественную информацию о структуре среды. Для них развиваются методы обработки данных и решения обратных задач. Методы второй группы, в частности ММЗ и HVSR, активно исследуются с точки зрения теоретического описания, но пока позволяют получать лишь качественную информацию. Стоит отметить, что как теоретическому, так и практическому рассмотрению метода HVSR посвящено достаточно много исследований, в то время как для ММЗ существуют лишь качественное описание и результаты численного моделирования, что обуславливает необходимость его дальнейшего исследования.

**Заключение к главе 1.** ПАВ являются перспективным инструментом для геофизической практики, поскольку их свойства (скорость, амплитуда, спектральное отношение компонент смещений) определяются средой, в которой распространяется волна. Обзор работ, посвященных данному направлению исследований позволяет сделать следующие выводы:

1. В то время как инструменты для анализа и расчета скоростных характеристик ПАВ существуют и активно используются, текущие теоретические основания для расчета амплитудных характеристик не позволяют проводить однозначную количественную интерпретацию основанных на этой характеристике методов.
2. Структура микросейсмического поля для реальных условий довольно сложна, поскольку включает различные эффекты, которые не могут быть учтены аналитически, например, объемные волны, поэтому построение математической модели требует наложения определённых ограничений для возможности получения решения, откуда возникает необходимость исследования области применимости модели.
3. ММЗ не позволяет определить доминирующий параметр, к которому чувствителен метод. Аналитическое описание позволило бы решить этот вопрос и тем самым усовершенствовать интерпретацию метода, а также обеспечить возможность получения синтетических данных и, как следствие, решения обратной задачи.

## **Глава 2. Теоретическое описание распространения поверхностной акустической волны в неоднородных средах**

### **2.1. Аналитическая модель**

В рамках диссертации рассматривается двумерный случай (рис. 1), свободная граница расположена при  $z = 0$ , ось  $z$  направлена вниз. Слоистое упругое полупространство занимает область  $z \geq 0$ . Сверху при  $-\infty < z < 0$  находится вакуум. Вдоль свободной границы в положительном направлении оси  $x$  распространяется плоская ПАВ. Рассматриваемая геометрия состоит из трех областей:  $R$  – опорная зона,  $I$  – исследуемая зона,  $T$  – зона перехода. Волна из области  $R$  переходит в область  $I$  посредством области  $T$ , в которой происходит плавное изменение параметров среды. Задача заключается в определении изменения амплитуды волны на поверхности среды. Отметим, что в дальнейшем длина зоны  $I$  обозначается как  $L_{av}$ , а зоны  $T$  –  $L_{tr}$ . Это будет иметь значение при

рассмотрении численного моделирования, для аналитического моделирования  $L_{av}$  и  $L_{tr}$  полагаются равными бесконечности. Все параметры в дальнейшем будут задаваться в виде  $X^{(i,j)}$ ; первый верхний индекс обозначает принадлежность к  $i$ -й зоне, а второй – к  $j$ -му слою.

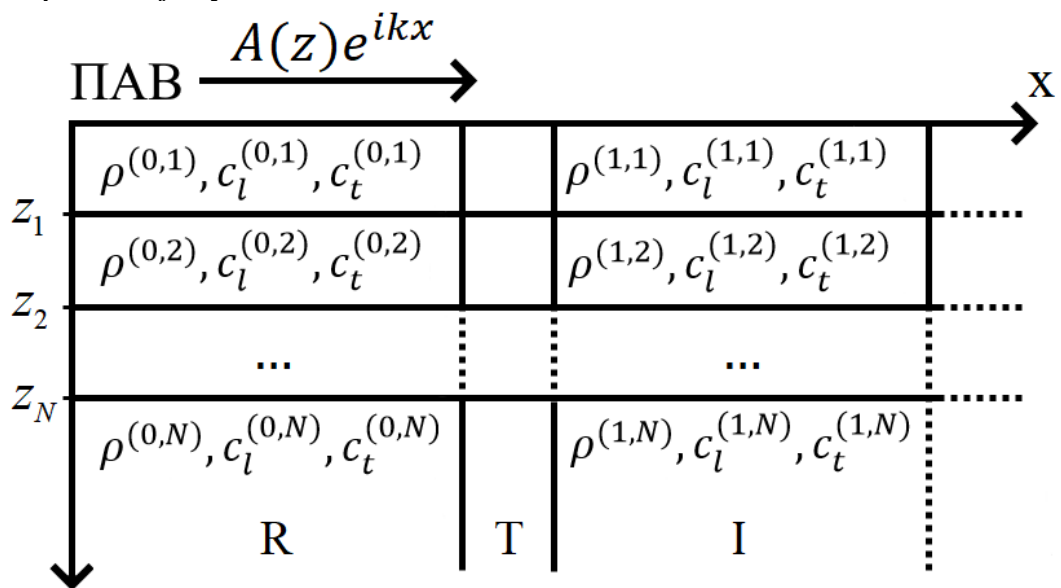


Рисунок 1. Геометрия задачи

Распространение ПАВ в неоднородной среде описывается уравнениями классической теории механики сплошной среды. Уравнение движения в общем случае записывается следующим образом:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla \text{div} \mathbf{u} - \mu \text{rot} \text{rot} \mathbf{u} + \nabla \lambda \text{div} \mathbf{u} + \nabla \mu \times \text{rot} \mathbf{u} + 2(\nabla \mu, \nabla) \mathbf{u}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{u}$  - вектор смещений,  $\rho = \rho(x)$  - плотность,  $\lambda = \lambda(x)$ ,  $\mu = \mu(x)$  - параметры Ламе.

Плавность параметров определяется малостью градиента упругих параметров по горизонтали в каждом слое:  $\frac{\partial c_l}{\partial x} \rightarrow 0; \frac{\partial c_t}{\partial x} \rightarrow 0; \frac{\partial \rho}{\partial x} \rightarrow 0$  ( $c_l, c_t$  – скорости продольных и поперечных волн соответственно). В представленном аналитическом подходе эти градиенты стремятся к 0, поскольку считается, что область перехода Т имеют бесконечную ширину.

Поскольку геометрия среды представляется фактически в виде двух типов независимых систем: плоско-слоистой однородной по горизонтали и зоны перехода, неоднородной по горизонтали, представляется возможным расчет акустического поля в одной из них без учета влияния второй. Иными словами, необходимо решить указанные задачи для каждой зоны, а затем связать получаемые решения между собой.

Исходя из стандартного подхода к расчету поля ПАВ в плоско-слоистых средах, рассчитываются выражения для акустического поля в зонах R и I. В уравнении (1) градиенты упругих параметров полагаются равными нулю. Затем поле смещений представляется в виде суммы градиента скалярного и ротора векторного потенциалов, что позволяет получить волновые уравнения, а при предположении гармонической зависимости от времени – уравнения Гельмгольца

для потенциалов. При подставке решений этих уравнений в граничные условия, которые представляют собой отсутствие напряжений на свободной границе и равенство нормальных и касательных смещений и напряжений на границах слоев, удастся определить скорость ПАВ, а также связь между амплитудами потенциалов, что позволяет конкретизировать решения, которые для данной постановки будут определяться с точностью до амплитудного множителя.

Поведение волны в области Т описывается в ВКБ-приближении, используя в качестве малого параметра градиент упругих параметров по горизонтали. Представляя амплитудный множитель вектора смещений ПАВ в виде ряда по степеням малого параметра, удастся получить в нулевом приближении выражение для величины, которая сохраняется при распространении через область Т, т.е. является инвариантом. По физическому смыслу эта величина представляет собой поток энергии волны через полупространство.

Подставляя полученные ранее решения для компонент смещений в областях R и I в выражение для потока энергии и приравнявая получаемые величины, удастся выразить связь между амплитудными множителями волны в опорной и исследуемой зоне и таким образом вычислить искомое изменение амплитуды волны на поверхности среды.

## 2.2. Численная модель

Для проверки возможности подобной аналитической оценки амплитуды ПАВ и валидации предлагаемой математической модели использовалось численное моделирование методом конечных элементов в программном комплексе COMSOL Multiphysics 5.3. Главные отличия численного моделирования от аналитического рассмотрения заключаются в необходимости использовать источник сигнала (в данном случае это аналитические выражения для компонент смещений для волны Рэлея) и рассматривать модель ограниченного размера.

Выходными данными численного моделирования служат сводные таблицы усредненных (для исключения влияния отраженных волн) по свободным поверхностям зон R и I значения вертикальных и горизонтальных смещений.

## 2.3. Валидация аналитической модели

В данном разделе диссертации проведена валидация предлагаемой модели на основе сравнения с численным решением при выполнении условия малости градиента упругих параметров в зоне перехода для однослойной и двухслойной среды, а также проанализированы зависимости свойств ПАВ от частоты и параметров рассматриваемых сред. В автореферате приведен пример валидации, проводимой на наиболее простом случае – переходе из однослойной системы в однослойную, т.е. трансформации волны Рэлея. Рассматриваются зависимости изменения амплитуды горизонтальной  $U$  и вертикальной  $W$  компоненты смещений ПАВ на поверхности среды от коэффициента изменения  $K$ , т.е. величины, отражающей во сколько раз значение того или иного параметра исследуемой среды отличается от опорной:  $K_p^{(1,1)}, K_{c_l}^{(1,1)}, K_{c_t}^{(1,1)}$  – коэффициент изменения плотности, скорости продольных волн, скорости поперечных волн соответственно. При варьировании какого-либо коэффициента, остальные принимаются равными 1. Параметры рассматриваемых сред представлены в табл. 1.

Таблица № 1. Параметры опорной и исследуемой среды

| Зона | Скорость продольных волн, $c_l$ , м/с | Скорость поперечных волн, $c_t$ , м/с | Плотность, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup> |
|------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| R    | 5262                                  | 3038                                  | 2600                                  |
| I    | $5262K_{c_l}^{(1,1)}$                 | $3038K_{c_t}^{(1,1)}$                 | $2600K_{\rho}^{(1,1)}$                |

Рис. 2 демонстрирует, что при совместном изменении всех трех физических параметров разница аналитических и численных расчетов составляет менее 0.5%, что подтверждает корректность результатов, получаемых с помощью предлагаемой математической модели. Кроме того, отметим, что при переходе в более «мягкую» среду наблюдается увеличение амплитуды, а при переходе в более «твердую» - уменьшение, что согласуется с основами ММЗ.

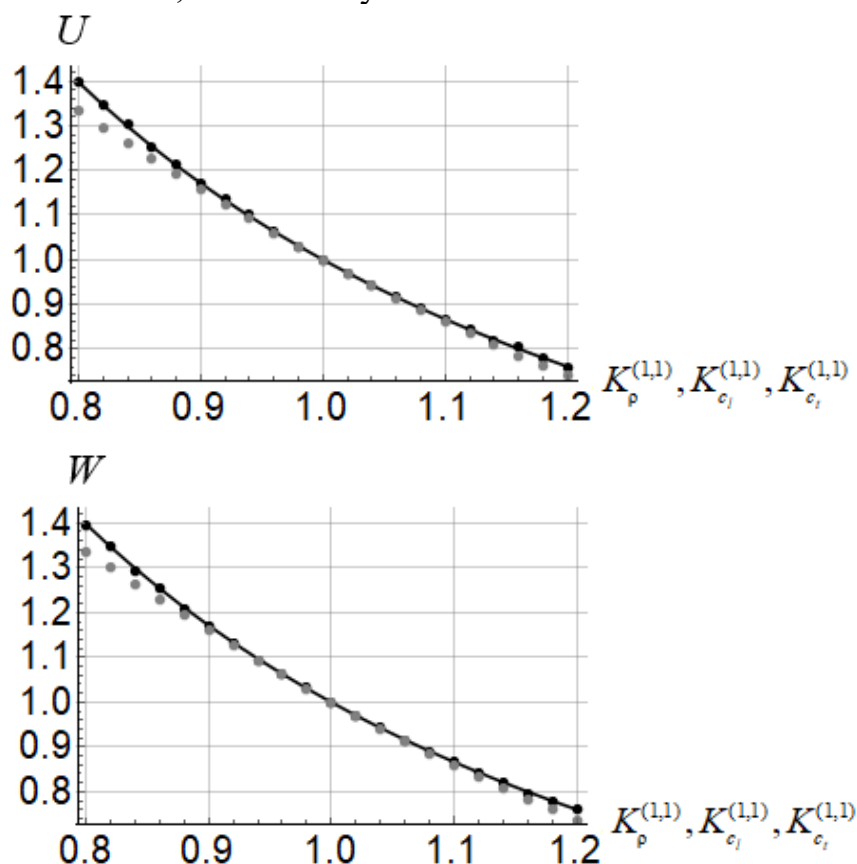


Рисунок 2. Зависимость относительного изменения амплитуды горизонтальной  $U$  и вертикальной  $W$  компонент смещений на поверхности от совместного изменения трех физических параметров; сплошная линия – полученные аналитически значения, черные точки – численное моделирование (зона перехода -  $50\lambda$ ), серые точки - численное моделирование (зона перехода -  $\lambda$ )

#### 2.4. Применение аналитической модели во временной области

В разделе рассмотрена возможность использования аналитической модели для построения сигналов во временной области. Зная геометрию среды и параметры исходного сигнала в опорной зоне и используя известные частотные зависимости изменения амплитуды и фазовой скорости ПАВ, с помощью обратного преобразования Фурье удастся реконструировать сигнал в исследуемой

зоне. При этом аналитически восстановленные сигналы соответствует сигналам, полученным с помощью численного моделирования.

**Заключение к главе 2.** В главе предложен подход, позволяющий описывать изменение амплитуды волны рэлеевского типа на поверхности среды при переходе из одной слоистой системы в другую. Рассмотрены переходы ПАВ из однослойной в однослойную и двухслойную системы и из двухслойной в двухслойную. Рассчитаны зависимости относительного изменения амплитуды от различных физических и геометрических параметров систем. При переходе в среду с меньшими значениями упругих параметров наблюдается уменьшение амплитуды, а с большими – увеличение, что согласуется с положениями ММЗ. Получено соответствие с результатами численного моделирования. Показано, что значение доминантной (т.е. наиболее чувствительной) длины волны увеличивается с увеличением контраста между слоями, а также толщины слоя. При этом значение этой величины для компонент смещений зависит от выбора опорной модели. Кроме того, продемонстрирована возможность применения аналитической модели во временной области.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. При переходе из однослойной системы в однослойную зависимости амплитуды от изменения плотности и скорости продольных волн являются монотонно убывающими функциями, в то время как зависимость от скорости поперечных волн имеет иной вид, что говорит о более сложной зависимости свойств поверхностной волны от этого параметра. Также изменение амплитуды в этом случае меньше, чем в зависимости от скорости продольных волн. Это важный результат, поскольку на данный момент в ММЗ полагается, что коэффициент Пуассона постоянен, т.е. не выделяется, какая из скоростей упругих волн вносит определяющий вклад, но основное влияние уделяется скорости поперечных волн, однако было показано, что скорость продольных волн также нельзя игнорировать, что будет более подробно рассмотрено в главе 4. При переходе в двухслойную среду частотные зависимости демонстрируют соответствие ММЗ, при этом зависимости от изменения физических параметров верхнего и нижнего слоя принципиально отличаются друг от друга. Таким образом, предлагаемая математическая модель позволяет получать корректные результаты при соответствии аналитической и численной постановки, однако в действительности такие условия могут не реализовываться, поэтому необходимо рассмотреть вопрос о вкладе допущений, положенных в основу модели, на получаемые результаты.

### **Глава 3. Область применимости аналитической модели**

#### **3.1. Невязка между аналитическим и численным решением**

В разделе на примере трехслойной среды демонстрируется, что даже при малости градиента упругих параметров в зоне перехода между аналитическим и численным решением наблюдаются расхождения. Анализ эллиптичности (отношения горизонтальной компоненты смещений к вертикальной) продемонстрировал, что природа несоответствия связана не со структурой

волнового поля, а с факторами, возникающими в зоне перехода, а именно с эффектами рассеяния и влиянием членов более высокого порядка в выражении для потока энергии. В разделе рассматривается только вертикальная компонента смещений  $W$ , а расхождение между аналитическим (с индексом *analit*) и численным решением (с индексом *num*) характеризуется следующей величиной:

$$\chi = |1 - W_{analit} / W_{num}|$$

В диссертации рассмотрены случаи однослойной и трёхслойной среды. Здесь получаемые результаты демонстрируются на примере трехслойной среды. Выбор системы из трех слоев обусловлен тем, что в многослойной среде существует три типа граничных условий, связанных с верхним, нижним и промежуточными слоями, поэтому трехслойную среду можно считать универсальной. Для удобства описание происходит через соответствующие безразмерные коэффициенты. Как было отмечено ранее, индекс  $i$  обозначает номер зоны (0 – опорная среда, 1 – исследуемая среда). Особенность конструирования аналитического решения требует нормальной дисперсии. Этому вопросу будет уделено отдельное внимание далее. Параметры рассматриваемых сред следующие: скорость продольных волн  $c_l^{(i,j)} - 6181 K_{c_l}^{(i,j)}$  м/с; скорость поперечных волн  $c_t^{(i,j)} - 3467 K_{c_t}^{(i,j)}$  м/с; плотность,  $\rho^{(i,j)} - 2714 K_{\rho}^{(i,j)}$  кг/м<sup>3</sup>; толщина (мощность) верхнего и среднего слоя  $H_1 = H_2 = 12.5$  км. Коэффициенты для опорной среды –  $K_{c_l}^{(0,1)} = K_{c_t}^{(0,1)} = K_{\rho}^{(0,1)} = K^{(0,1)} = 1$ ,  $K_{c_l}^{(0,2)} = K_{c_t}^{(0,2)} = K_{\rho}^{(0,2)} = K^{(0,2)} = 1.4$ ,  $K_{c_l}^{(0,3)} = K_{c_t}^{(0,3)} = K_{\rho}^{(0,3)} = K^{(0,3)} = 1.4$ . Для исследуемой –  $K_{c_l}^{(1,1)} = K_{c_t}^{(1,1)} = K_{\rho}^{(1,1)} = K^{(1,1)}$ ,  $K_{c_l}^{(1,2)} = K_{c_t}^{(1,2)} = K_{\rho}^{(1,2)} = K^{(1,2)}$ ,  $K_{c_l}^{(1,3)} = K_{c_t}^{(1,3)} = K_{\rho}^{(1,3)} = K^{(1,3)}$ ;  $\Delta K_j = |K^{(0,j)} - K^{(1,j)}|$ .  $L_{tr}$  задается по отношению к длине зондирующей волны, которая здесь соответствует волне на доминантной, т.е. наиболее чувствительной частоте;  $L_{av}$  фиксируется равной одной длине зондирующей волны. В этом случае удастся построить три различные зависимости (при варьировании параметров верхнего, промежуточного и подстилающего слоев) (рис. 3).

(a)

(б)

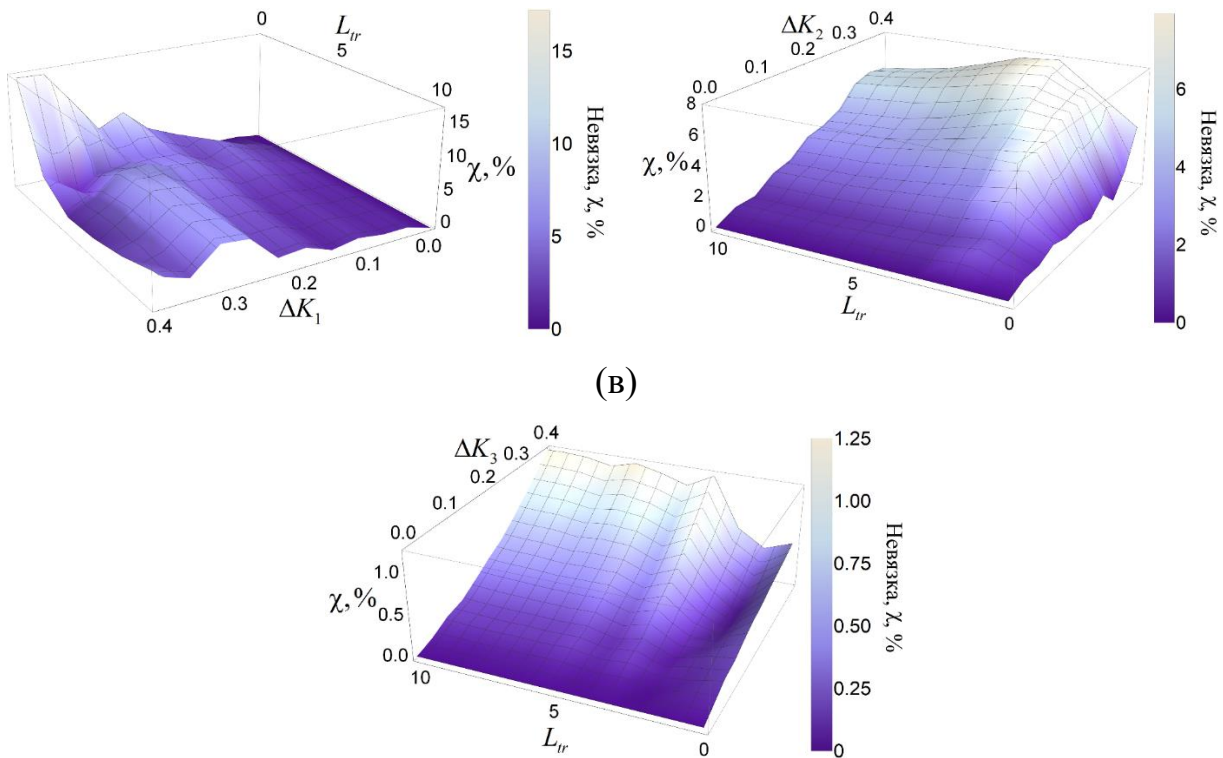


Рисунок 3. Зависимость невязки от  $\Delta K_1$  и  $L_{tr}$  (а),  $\Delta K_2$  и  $L_{tr}$  (б),  $\Delta K_3$  и  $L_{tr}$  (в)

Рис. 3 демонстрирует область применимости аналитической модели. Из него следует, что при увеличении контраста и уменьшении длины зоны перехода ошибка, ожидаемо, увеличивается, поскольку часть энергии распределяется на обменные процессы, а также, вероятно, увеличивается вклад слагаемых более высокого порядка в выражении для потока энергии. Области на рис. 3, соответствующие  $\chi < 7\%$ , принимаются как отражающее искомую область применимости аналитической модели для соотношения между  $\Delta K$  и  $L_{tr}$ . Таким образом, можно обобщить, что невязка зависит от градиента упругих параметров в зоне перехода: чем больше контраст и/или меньше длина зоны перехода, тем больше невязка. При этом получаемые зависимости для первого, среднего и нижнего слоя существенно отличаются друг от друга, поэтому значения допустимого градиента упругих параметров для них отличаются. Однако в среднем он составляет около 10% на длину волны. Данные зависимости построены для доминантной, т.е. наиболее чувствительной частоты, поэтому получаемые оценки можно считать мажоритарными.

### 3.2. Случай аномальной дисперсии

В разделе рассмотрены дисперсионные зависимости для сред с монотонным увеличением значений упругих параметров с глубиной (нормальная дисперсия), а также для случая «мягкого» и «твёрдого» аномального включения на глубине (аномальная дисперсия). Показано, что для таких сред наблюдаются эффекты перераспределения энергии между различными типами волн, поэтому они не могут быть корректно описаны предлагаемой моделью, поскольку в ее основе лежит предположение сохранения потока энергии для основной моды ПАВ. Поэтому для расширения области применимости математической модели на эти случаи требуется развитие подхода в иных предпосылках.

**Заключение к главе 3.** Сравнение аналитического и численного подхода к моделированию амплитудных характеристик ПАВ показало, что в силу отличия исходных постановок наблюдаются определённые расхождения. Из анализа эллиптичности поверхностной волны, который продемонстрировал, что структура ПАВ, рассчитанная аналитически и численно совпадают, следует, что различие носит количественный характер и связано с разным подходом к моделированию области перехода. В численном моделировании учитываются все эффекты, возникающие при распространении волны через эту зону, а в аналитическом подходе, во-первых, системы, связанные зоной перехода, рассматриваются независимо, т.е. не рассматриваются эффекты рассеяния волны. Во-вторых, поток энергии через полупространство характеризуется только нулевым порядком разложения. При этом члены, зависящие от градиента упругих параметров, не рассматриваются.

Рассчитаны зависимости невязки между численным (считающимся точным) и аналитическим решением в зависимости от длины зоны перехода и контраста упругих параметров для однослойной и трехслойной (которую можно считать универсальной) сред и определены зоны применимости ( $\chi < 7\%$ ) аналитического подхода для этих случаев. Показано, что параметры различных слоев влияют на применимость рассматриваемого подхода неодинаковым образом. Так, при изменении параметров верхнего слоя допустимый градиент упругих параметров составляет около 20% на длину волны, для промежуточного – около 7%, а влияние изменения параметров нижнего слоя составляет менее 1.5%.

Несмотря на то, что каждый из этих слоёв вносит свой вклад в невязку аналитического и численного решений, ожидаемые на практике ошибки будут меньше суммарных. Это связано с тем, что представленные зависимости невязки построены для наиболее чувствительных волн на доминантных частотах и итоговое значение, строго говоря, является мажоритарным. Полученные результаты могут быть использованы для оценки возможности предложенного выше алгоритма для аналитического моделирования ПАВ в многослойной неоднородной среде с плавным по горизонтали изменением упругих параметров в слоях.

Исследование дисперсионных характеристик в многослойных средах показало, что при наличии аномальной дисперсии, т.е. ситуации, когда зависимость фазовой скорости от частоты представляет собой немонотонную функцию, характеризуются эффектами перераспределения энергии между различными типами волн, что приводит к принципиальному несохранению потока энергии для основной моды ПАВ, поэтому такой случай не может быть смоделирован с помощью предлагаемого подхода.

## **Глава 4. Чувствительность волны рэлеевского типа на поверхности среды к изменению ее упругих параметров**

### **4.1. Постановка без дисперсии (демонстрация анализа)**

В разделе предложен подход к анализу чувствительности амплитуды вертикальной компоненты смещений ПАВ на поверхности среды к изменению параметров системы на примере однослойной среды (рис. 4).

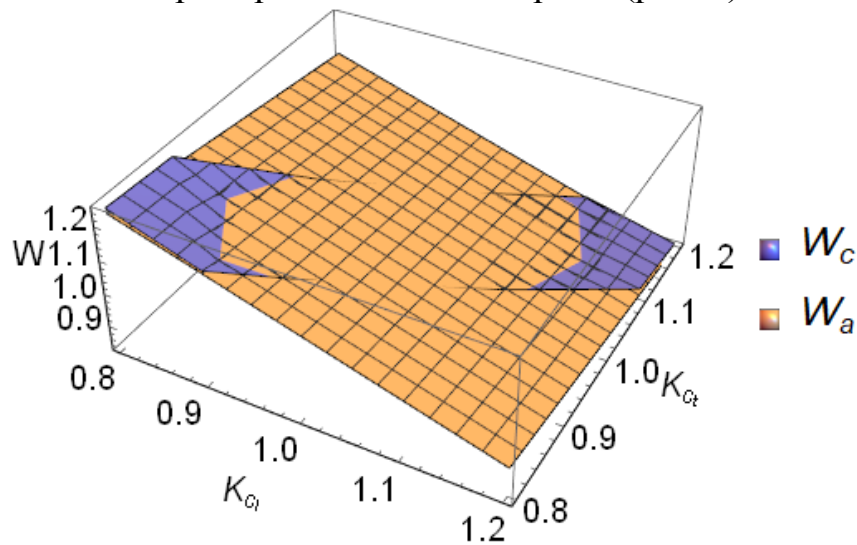


Рисунок 4. Зависимость относительной амплитуды вертикальной компоненты смещений  $W$  на свободной границе от коэффициентов изменения скорости продольных и поперечных волн; синяя – расчётная функция (с индексом  $c$ ), оранжевая – функция аппроксимирующей плоскости (с индексом  $a$ )

На рис. 4.  $K_{c_l}$ ,  $K_{c_t}$  – коэффициенты изменения скорости продольных и поперечных волн соответственно, т.е. величины, отражающие отношение параметров в исследуемой и опорной среде. Исходная рассчитанная функция  $W_c$  аппроксимируется плоскостью, в данном случае имеющей вид –  $W_a = 2.08 - 0.8K_{c_l} - 0.25K_{c_t}$ . Поскольку в выражении  $W_a$  перед  $K_{c_l}$  стоит больший коэффициент, то наибольший вклад в изменение амплитуды для однослойной среды вносит изменение скорости продольных волн, хотя известно, что скорость волны Рэлея преимущественно определяется скоростью поперечных волн. Из этого следует, что поведение амплитуды при изменении упругих параметров среды носит принципиально иной характер, поэтому связать изменение амплитуды ПАВ с изменением лишь ее скорости нельзя. Для однослойной среды свойства волны не зависят от частоты. В случае же многослойной среды возникает дисперсия, поэтому необходимо рассмотреть вопрос о чувствительности волн разных частот к локальному изменению физических параметров системы.

#### 4.2. Постановка с дисперсией

Как и для однослойной среды  $K_{c_l}$  и  $K_{c_t}$ , а также коэффициент изменения плотности  $K_p$  изменяются независимым образом, но для отдельных слоев и для различных частот. При этом диапазоны изменения параметров выбраны так, чтобы оставаться в рамках нормальной дисперсии. Рассматривается пятислойная среда со следующими параметрами: мощности слоев – 6.4, 8, 10.5, 16 км, скорости продольных волн –  $6181 K^{(i,j)}$  м/с, скорость поперечных волн –  $3467 K^{(i,j)}$  м/с, плотность –  $2714 K^{(i,j)}$  кг/м<sup>3</sup>;  $j = 1 \div 5$ ;  $K^{(0,j)} = 1 + 0.1(j-1)$ ;  $j$  – номер слоя; для

исследуемой среды  $K^{(1,j)}$  изменяются. Далее, для краткости верхний индекс у коэффициентов для исследуемой среды будет опущен и для обозначения изменяемой величины будет использоваться соответствующий нижний индекс.

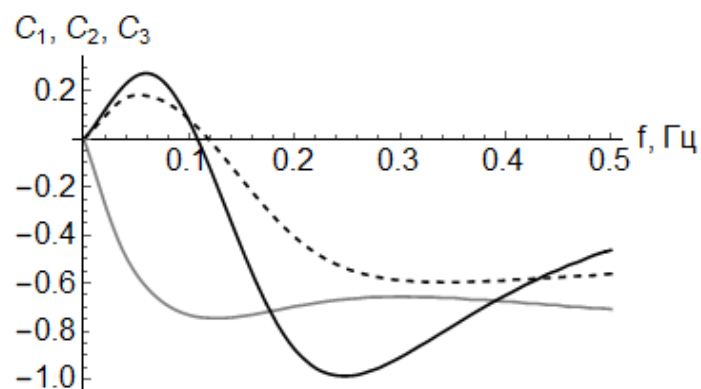
При зондировании исследуемой среды волнами разных частот, для каждой из них уравнение аппроксимирующей плоскости будет отличаться, но общая структура останется неизменной:  $W_a = W_0 + \xi$  ( $\xi = C_1 K_{c_l} + C_2 K_{c_t} + C_3 K_p$ ). Значения коэффициентов  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$ , с одной стороны, отражают относительный вклад изменения параметров среды в изменение амплитуды, а с другой, величину этого изменения.

На рис. 5. представлены получаемые результаты для первого, третьего и пятого слоя, поскольку, как показали расчеты, случаи второго и четвертого аналогичны третьему (из-за схожего типа граничных условий). Из него следует, что в зависимости от частоты наблюдается довольно сложная картина относительных вкладов скоростей упругих волн в изменение амплитуды. На разных частотах может доминировать как вклад  $K_{c_l}$ , так и вклад  $K_{c_t}$ . Однако общая тенденция такова, что на низких частотах в основном преобладает вклад  $K_{c_l}$ , а на высоких  $K_{c_t}$ , исключение же составляет только случай первого слоя, что понятно, поскольку на высоких частотах система становится эквивалентна однородному полупространству. При этом наблюдаются области с наиболее сильным изменением амплитуды, которые указывают на доминантные частоты и в этих областях преобладает вклад  $K_{c_t}$ . При изменении параметров промежуточных слоев наблюдается два экстремума, а при изменении параметров верхнего и нижнего – один. При этом вклад изменения плотности в изменение амплитуды является сопоставимым по величине с вкладом скоростей упругих волн. Отсюда следует, что для наиболее точной интерпретации, вклад этой величины также нельзя игнорировать. Кроме того, известно, что чувствительность скорости ПАВ к плотности существенно ниже, чем к скоростям упругих волн, в то время как чувствительность амплитуды к этой величине оказывается сопоставимой со скоростями, что открывает дополнительные возможности для амплитудных методов по сравнению со скоростным.

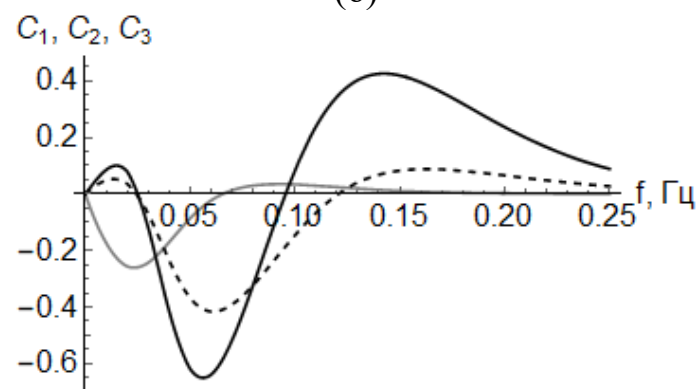
Также в данном разделе диссертации представлен анализ зависимости доминантной длины волны от параметров среды, рассмотрен частный случай фиксированного коэффициента Пуассона и построены зависимости чувствительности амплитуды волны от глубины.

Для описания причины изменения амплитуды на поверхности в диссертации рассматривается поведение вертикальных профилей поверхностной волны на доминантных частотах для верхнего, среднего и нижнего слоя при изменении их физических параметров. Показано, что изменение амплитуды на поверхности связано с перераспределением энергии в профиле волны.

(a)



(а)



(б)

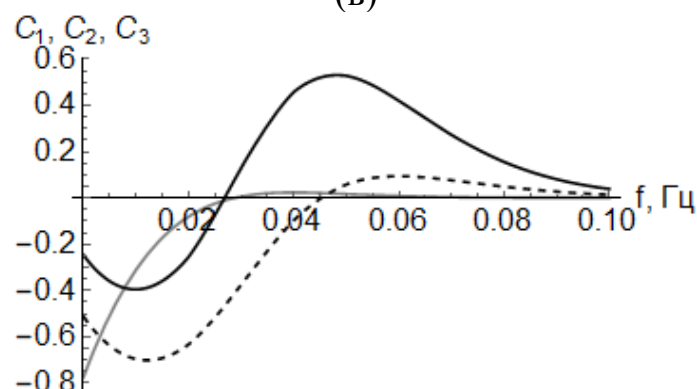


Рисунок 5. Зависимость коэффициента аппроксимации  $C_1$  (серая линия),  $C_2$  (черная линия) и  $C_3$  (пунктирная линия) при изменении параметров первого (а), третьего (б), пятого (в) слоя

**Заключение к главе 4.** На основе модели плавного перехода проанализирована чувствительность амплитуды поверхностной волны к изменению скоростей продольных и поперечных волн, а также плотности в многослойной системе и получены следующие результаты:

1. На примере однослойной системы продемонстрирован подход к анализу чувствительности амплитуды на поверхности к изменению скоростей упругих волн в среде.
2. Значение доминантной длины волны для многослойной системы существенно изменяется в зависимости от упругих параметров, что напрямую влияет на точность определения глубины залегания неоднородности по этой величине.

3. Хотя ММЗ не чувствителен к слоистой структуре фоновой среды, ее свойства влияют на результирующие зависимости относительной амплитуды на поверхности от частоты.
4. На доминантной частоте, принятой в ММЗ, наибольший вклад в изменение амплитуды вносит изменение скорости поперечных волн, в то время как на некоторых других частотах вклад скорости продольных волн и плотности нельзя игнорировать, что существенно отличается чувствительность относительной амплитуды от чувствительности фазовой скорости ПАВ.
5. Наличие второй доминантной частоты, на которой наблюдается обратный относительно ММЗ эффект важно учитывать при интерпретации результатов для исключения выявления ложных аномалий.
6. В случае постоянного коэффициента Пуассона продемонстрирован механизм изменения амплитуды на поверхности на основе анализа профиля поверхностной волны.

Исходя из полученных результатов, можно заключить, что интерпретация данных ММЗ на основе коэффициента глубинной привязки и ограничение на постоянное значение коэффициента Пуассона может существенно влиять на итоговые результаты, поэтому для большей корректности и повышения точности обработки данных необходима процедура инверсии. Это дополнительно обуславливает факт зависимости относительной амплитуды от вида фоновой среды.

## Глава 5. Прямая задача микросейсмического зондирования

### 5.1. Параметризация модели произвольно неоднородной среды

В разделе рассматривается пример произвольно неоднородной среды, геометрия которой представлена на рис. 6. В качестве меры расстояния введена величина  $\sigma = 28177$  м, равная длине зондирующей волны на частоте 0.1 Гц. Задача заключается в определении относительной амплитуды вертикальной компоненты смещений ПАВ  $W$  на поверхности среды от длины зондирующей волны и горизонтальной координаты.

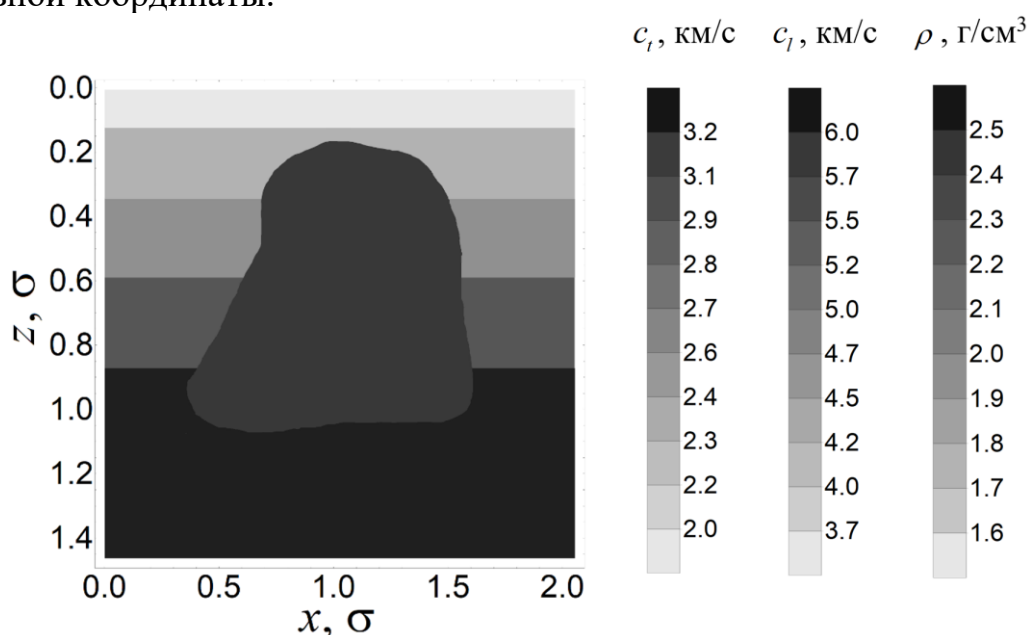


Рисунок 6. Пространственное распределение физических параметров среды

Для возможности применения аналитического подхода необходимо разделить систему по горизонтали на  $M$  вертикальных зон, количество которых определяется числом пунктов наблюдения. Длина каждой  $i$ -й зоны определяется как  $L_i = L / M$ , где  $L$  - длина профиля.

Для параметризации по вертикали для заданной среды необходимо наличие дисперсионной кривой. Для ее получения система разделяется на заведомо большое (например,  $N=500$ ) количество одинаковых тонких слоев и параметры усредняются в рамках каждого слоя. Затем строится дисперсионная кривая для такой среды, которая затем используется для параметризации на заданное количество слоев. Поясним эту процедуру отдельно.

Пусть имеются данные на наборе частот  $f_k$ , где  $k$  принимает значения от 1 до некоторого  $\Sigma$ , при этом  $f_1$  – максимальная частота, регистрируемая датчиками. Соответствующую минимальную толщину верхнего слоя можно определить как  $H_1 = R\lambda_1 = Rc(f_1)/f_1$ . При этом сумма мощностей слоев ограничена значением максимальной длины волны (минимальной частоты  $f_\Sigma$ ), регистрируемой датчиками. Эта величина обозначается как  $\Sigma_H$ . Полагается, что мощность слоев не убывает с глубиной, поэтому максимальное количество слоев, на которое возможно разделить неоднородность, составляет  $N_{\max} = \Sigma_H / H_1$ .

Изменение мощностей остальных слоев задается аналогично верхнему слою:  $H_j = R\lambda_j = Rc(f_j)/f_j$ . При заданном таким образом законе изменения мощности слоев с глубиной и общей мощности неоднородности существует единственный способ уместить заданное количество слоев  $N \leq N_{\max}$  при постоянном шаге по частоте  $df$  (который и будет определять закон изменения мощности слоев с глубиной) и при таком условии будет определяться из следующего уравнения:

$$\sum_{j=0}^{N-1} \frac{Rc(f_j)}{(f_1 - jdf)} = \Sigma_H.$$

В диссертации данный вариант параметризации обозначается как «квазигиперболическая прогрессия». Для определенности в рассматриваемой задаче полагается  $f_1 = 1$  Гц,  $f_\Sigma = 0.02$  Гц, а  $R = 0.5$ .

В диссертации также рассмотрены другие варианты параметризации и произведено их сравнение. Для получения решения прямой задачи микросейсмического зондирования используется квазигиперболическая прогрессия, поскольку она, с одной стороны, основывается на дисперсионных свойствах ПАВ, а с другой - позволяет задавать желаемое количество слоев и тем самым получать наиболее точный результат.

Итак, параметры исходной модели усредняются по набору прямоугольников  $L \times H_j$  для различных  $N$  для получения модели фоновой среды и по набору прямоугольников  $L_i \times H_j$  для различного выбора  $M$  для получения параметризованной модели среды. Примеры полученных параметризованных моделей среды представлены на рис. 7. При этом легенда для упругих параметров та же, что и на рис. 6.

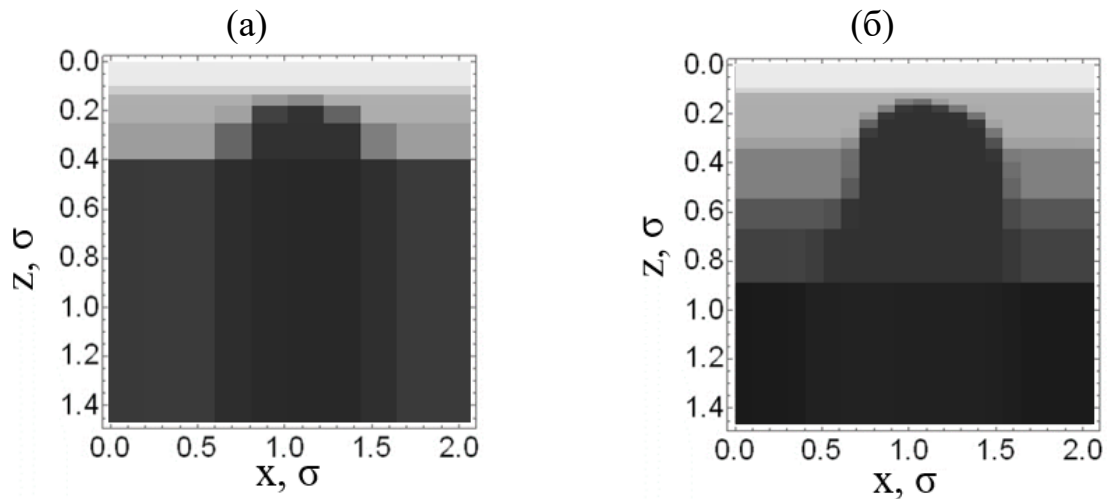


Рисунок 7. Пространственное распределение плотности и скоростей продольных и поперечных волн параметризованной среды для различных вариантов: (а) -  $N = 10, M = 10$ , (б) -  $N = 20, M = 20$

## 5.2. Рабочий цикл для получения синтетических данных метода микросейсмического зондирования

Зная распределение параметров в каждой  $i$ -й слоистой зоне, для получения частотных зависимостей относительной амплитуды вертикальной компоненты смещений на поверхности среды  $W_i(f_k)$  (которые представляется в виде матрицы  $W^{(i,k)}$ , где индекс  $i$  (номер столбца) соответствует номеру зоны, а  $k$  (номер строки) – номеру используемой частоты) используется разработанный аналитический подход. В соответствии с ММЗ для каждой частоты зондирования значения амплитуды в каждом пункте наблюдений нормируются на среднее значение по всем пунктам. Поскольку микросейсмическое зондирование подразумевает построение распределения относительной интенсивности, а не амплитуды волны, вводится величина  $I = W^2$  и рассматриваются зависимости этой величины от длины волны и горизонтальной координаты (рис. 8).

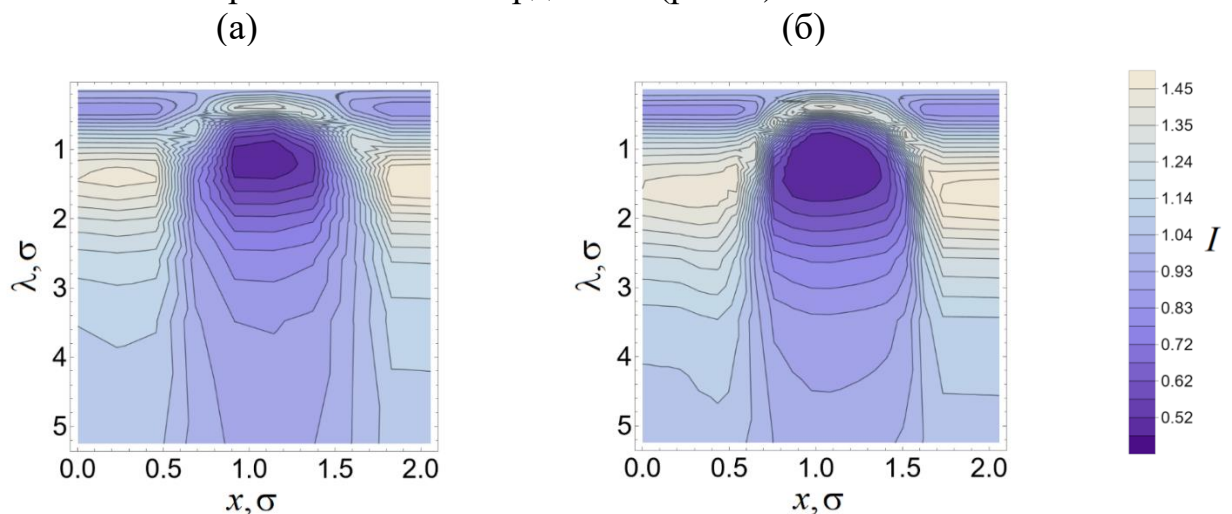


Рисунок 8. Результаты аналитического решения прямой задачи микросейсмического зондирования без постобработки для различных вариантов параметризации; (а) -  $N = 10, M = 10$ , (б) -  $N = 20, M = 20$

На рис. 8 представлены полученные аналитические распределения относительной интенсивности ПАВ на поверхности среды по горизонтали и вертикали. Однако, в силу специфики подхода, а именно рассмотрения каждой зоны независимым образом, не представляется возможность напрямую учесть эффект уменьшения абсолютной разрешающей способности волны по горизонтали с увеличением длины зондирующей волны.

Для решения этого вопроса вводится некоторый оператор, усредняющий данные в зависимости от соотношения между длиной волны  $\lambda_k$  и шириной зоны  $L$ . Наиболее удобным является выбор квазигауссовой формы матрицы, т.е.

$$P_k^{(n,m)} = \frac{1}{\lambda_k/(\gamma L)} \nu \exp\left(-\frac{(n-m)^2}{(\lambda_k/(\gamma L)-1)^2}\right). \text{ Параметр } \nu \text{ определяется из условия}$$

равенства единице суммы элементов в каждом столбце, поскольку суммарное значение данных на датчиках не должно изменяться. При  $(\lambda_k/\gamma L) < 1$ ,  $P^{(n,m)} = E$ , при  $(\lambda_k/\gamma L) > M$ ,  $P^{(n,m)} = 1/M$ . Таким образом, для каждой строки  $W^{(i,k)}$  удается построить индивидуальное окно, усредняющее данные в соответствии с отношением длины волны к длине зоны.

Для определения оптимальных значений параметра  $\gamma$  в данном разделе диссертации рассмотрена вспомогательная задача распространения волны через систему с двумя вертикальными полубесконечными штоками, что опущено в автореферате.

После применения описанной процедуры постобработки строятся карты распределения относительной интенсивности по горизонтали и вертикали (рис. 9)

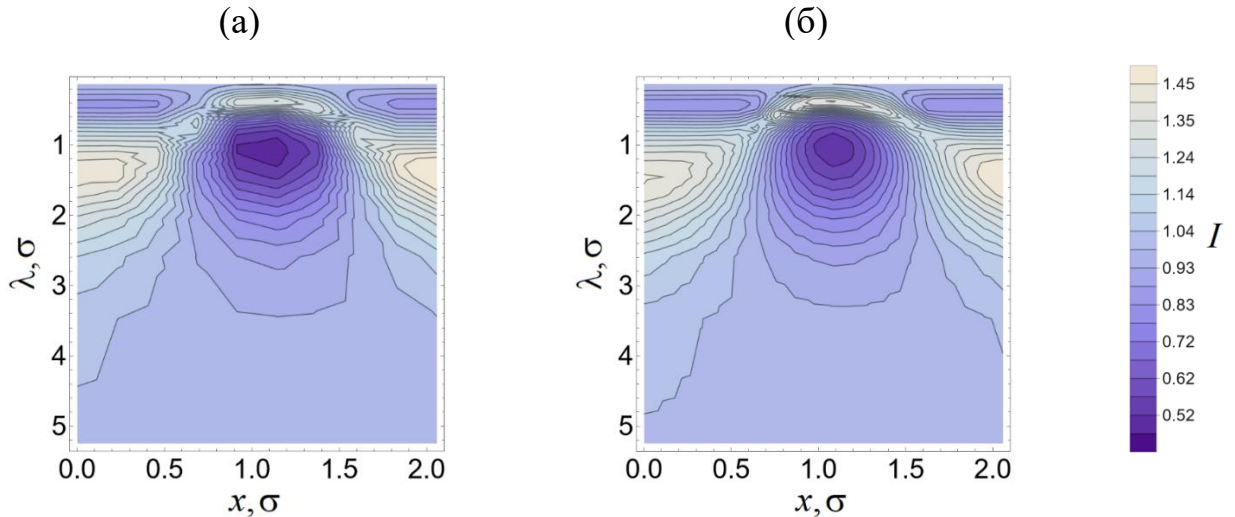


Рисунок 9. Результаты аналитического решения прямой задачи микросейсмического зондирования с постобработкой; (а) -  $N = 10, M = 10$ , (б) -  $N = 20, M = 20$ ;  $\gamma = 3.6$

Рис. 9 демонстрирует, что на масштабах длины волны, сопоставимых с глубиной залегания неоднородности, наблюдается уменьшение амплитуды, поскольку упругие параметры неоднородности больше упругих параметров фоновой среды, что соответствует ММЗ.

Кроме того, в разделе на основе сравнения с численным моделированием показано, что получаемое решение корректно аппроксимирует решение для исходной модели, а также является устойчивым.

**Заключение к главе 5.** Таким образом, продемонстрирован подход к параметризации неоднородной среды произвольной конфигурации. На основе предлагаемого аналитического подхода построены карты относительной интенсивности ПАВ на поверхности среды по горизонтали и вертикали.

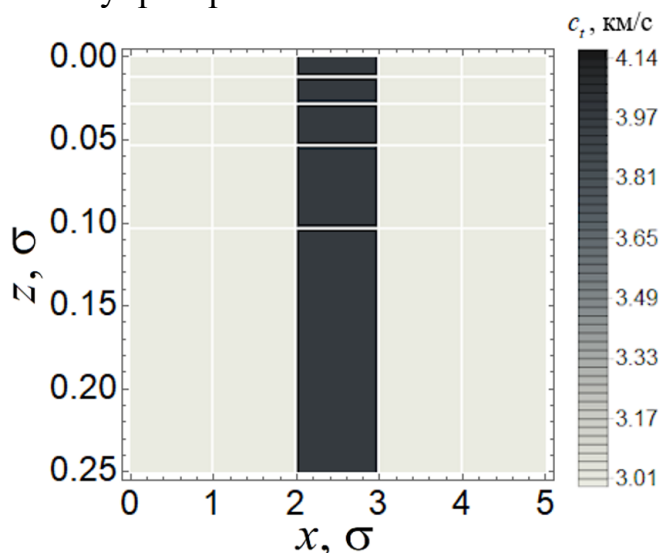
Поскольку данный подход не позволяет напрямую учитывать эффекты, связанные с изменением разрешающей способности ПАВ по горизонтали, предложена процедура постобработки, проверенная на системе двух вертикальных полубесконечных штоков и показано, что оптимальный параметр предлагаемой процедуры, при котором наблюдается соответствие с результатами численного моделирования, изменяются в зависимости от конфигурации среды, поэтому на практике его следует варьировать для минимизации невязки между реальными и синтетическими данными.

Используемая параметризация и постобработка позволяет получить синтетические данные ММЗ, причем  $L_2$ -норма невязки с численным решением для исходной модели составляет около 5%. Кроме того, показано, что получаемое решение сходится.

## **Глава 6. Обратная задача микросейсмического зондирования**

### **6.1. Постановка задачи**

В качестве первого шага в разделе рассматривается простейшая постановка обратной задачи микросейсмического зондирования – выявление одиночного вертикального контрастного включения шириной  $\sigma = 27580$  м (рис. 10) на фоне однородного упругого полупространства.



*Рисунок 10. Исходное распределение параметров среды*

Пусть скорость распространения продольных и поперечных волн, а также плотность для вмещающей среды –  $c_l = 5196$  м/с,  $c_t = 3000$  м/с,  $\rho = 2700$  кг/м<sup>3</sup>, а для включения –  $c_l = 7000$  м/с,  $c_t = 4000$  м/с,  $\rho = 3500$  кг/м<sup>3</sup>. При отсутствии включения длина волны Рэлея для полупространства на частоте 0.1 Гц равна  $\sigma$ , чем и обусловлен выбор такой ширины включения.

Задача заключается в определении параметров  $c_i$  в каждой ячейке. Значение  $c_i$  связано с  $c_i$  через постоянный коэффициент Пуассона, равный 0.25. Плотность полагается известной. Белые линии на рис. 10 обозначают выбранную параметризацию среды. Невязка как по параметрам среды, так и по данным относительной интенсивности определяется с помощью  $L_2$ -нормы.

В разделе показано, что для однозначного восстановления параметров среды по данным об относительной амплитуде необходимо наличие априорной информации. Было рассмотрено три варианта: первый – известные значения параметров в одной ячейке верхнего слоя, второй – известная частотная зависимость времени пробега волны вдоль профиля, третий – известные дисперсионные кривые в каждой зоне. В первом случае размерность массива, характеризующего априорную информацию, равна 1, во втором – 5, в третьем – 25.

### 6.2. Используемый метод

Для получения решения используется наиболее распространённый байесовский подход, который позволяет получить как итоговое решение обратной задачи, используя наиболее вероятную или среднюю модель, так и получить оценки допустимых диапазонов для отдельных параметров модели.

Для того, чтобы минимизировать необходимое количество итераций для обеспечения сходимости решения, используется основное свойство ПАВ, а именно локализация вблизи поверхности. В качестве зондирующих используются волны таких частот, чтобы характерная глубина их локализации находилась в пределах зондируемого слоя.

Фиксируя максимальную частоту и варьируя параметры верхнего слоя, удастся определить наиболее правдоподобные параметры этого слоя. Затем частота уменьшается и варьируются параметры следующего слоя для минимизации невязки на этой частоте. Алгоритм повторяется для каждой частоты. Таким образом удастся восстановить параметры в каждой ячейке.

Заметим, что для определения параметров верхнего слоя используется значение заведомо высокой частоты, поскольку в таком случае ПАВ локализована исключительно в верхнем слое, что обеспечивает наилучший вариант восстановления для этого случая. Такое допущение обусловлено тем, что восстановление параметров нижележащих слоев основывается на полученных значениях для вышележащих, поэтому более точное восстановление параметров верхнего слоя обеспечивает лучшее восстановление всех остальных слоев.

При большом количестве параметров полный перебор моделей становится практически невозможным из-за большого количества комбинаций параметров. Из-за этого вычислительного ограничения наиболее эффективными оказываются методы статистического оценивания, позволяющие генерировать представительную выборку из пространства возможных параметров. В частности, хорошо зарекомендовал себя метод Марковской цепи Монте-Карло (MCMC), а именно реализация метода Метрополиса–Гастингса, работающая по следующей схеме:

1. На основе стартовой модели предлагается новая модель, путем выбора из распределения вероятностей такого значения искомого на текущем шаге параметра, что новая предлагаемая модель зависит только от текущей модели. В данном случае значения параметров выбираются из гауссовского распределения, со средним значением в точке, соответствующей параметрам стартовой модели;
2. Для модели решается прямая задача, после чего вычисляется функция правдоподобия  $p(\mathbf{d}_{obs} | \mathbf{m})$ . Здесь  $\mathbf{m}$ - текущая модель,  $\mathbf{d}_{obs}$  - исходные данные.
3. Если текущее  $p(\mathbf{d}_{obs} | \mathbf{m})$  больше, чем предыдущее, стартовая модель заменяется на текущую и алгоритм повторяется требуемое количество раз.

### 6.3. Детерминированная задача

В разделе представлены результаты восстановления модели, представленной на рис. 10 без наличия шума в исходных данных. В диссертации показано, что результат применения алгоритма сходится к наиболее вероятному (истинному) результату. Здесь на рис. 11 представлены результаты восстановления. При этом легенда рисунка та же, что и на рис. 10.

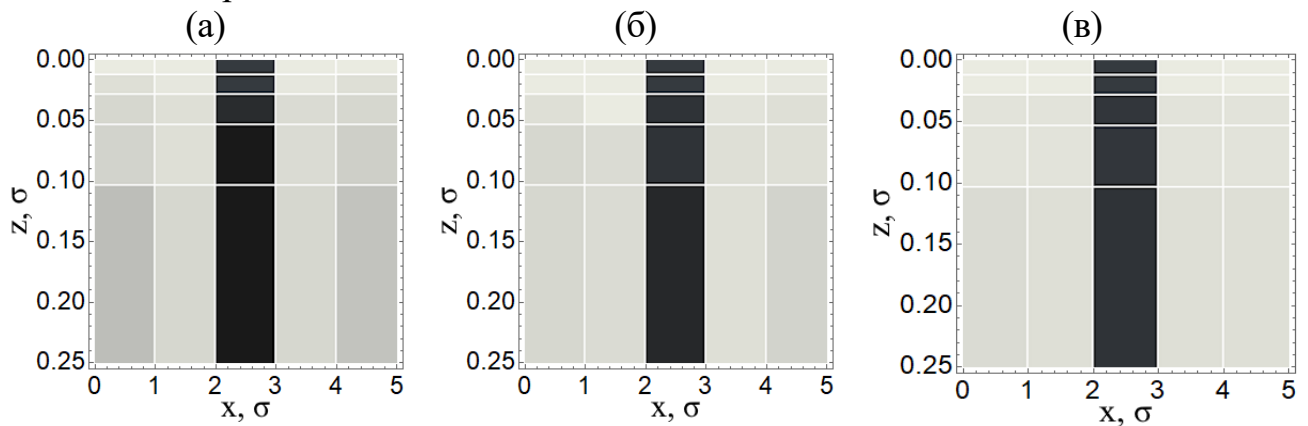


Рисунок 11. Восстановленные модели среды для первого (а), второго (б) и третьего (в) варианта априорной информации

Рис. 11. демонстрирует, что предлагаемый алгоритм позволяет восстановить параметры среды. Для первого варианта априорной информации невязка по параметрам составляет около 3%, для второго и третьего - менее 1.5%. При этом невязка в каждой конкретной ячейке увеличивается с глубиной. Это связано с особенностями используемого алгоритма. При переходе к более глубокому слою, ошибка при восстановлении вышележащих слоев накапливается, что влияет на точность восстановления более глубоких горизонтов. Помимо этого, для возможности решения прямой задачи необходимо соблюдение условия нормальной дисперсии из-за чего итоговые значения параметров увеличиваются с глубиной.

Далее работоспособность подхода проверяется на примере среды с более сложным распределением параметров (рис. 12а). Используется второй вариант априорной информации, т.е. известная частотная зависимость времени пробега волны вдоль всего профиля, поскольку, с одной стороны, этот вариант позволяет получить достаточно точное решение, а с другой – демонстрирует эффективность совместного использования данных об амплитудах и временах пробега волны.

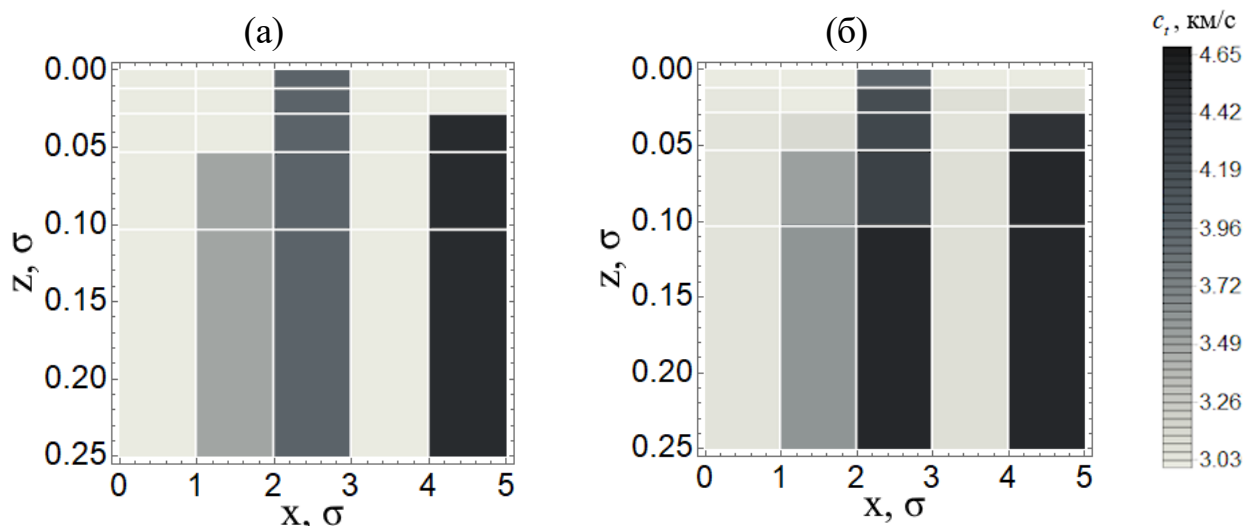


Рисунок 12. Исходная (а) и восстановленная (б) модель среды для второго варианта априорной информации

На рис. 12б представлены результаты решения обратной задачи. Из них следует, что для систем более сложной конфигурации предлагаемый алгоритм позволяет получить решение с приемлемой точностью. В данном случае усреднённая невязка по параметрам между исходной и восстановленной моделью составляет около 2%.

#### 6.4. Стохастическая задача

Далее рассматривается вопрос об устойчивости получаемого решения. В качестве исходного принимается решение для более простой постановки и исходные данные об интенсивности (рис.10) возмущаются случайным образом на несколько процентов от  $(\delta - 1\%)$  до  $\delta$ , где  $\delta$  принимает фиксированные значения: 1%, 2%, 3%, 4%, 5%. Так, при  $\delta = 5\%$  к исходным данным случайным образом прибавляется или отнимается величина в промежутке от 4% до 5% исходного значения. Затем решение для возмущённой постановки сравнивается с исходным для трех вариантов априорной информации. На рис. 13 представлены данные о получаемой невязке по параметрам при возмущённых исходных данных.

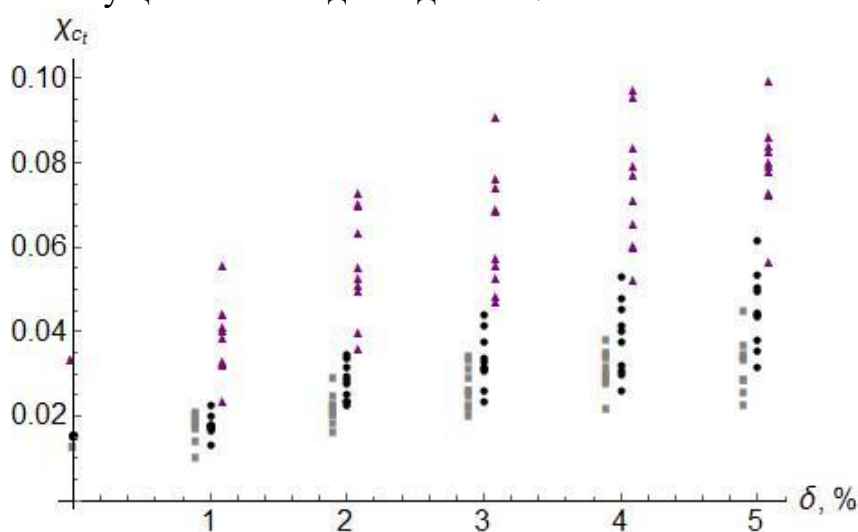


Рисунок 13. Поведение невязки по параметрам при возмущенных исходных данных для первого (фиолетовые точки), второго (черные точки) и третьего (серые точки) варианта априорной информации

Рис. 13 демонстрирует, что при увеличении размерности массива, характеризующего априорную информацию, решение становится более устойчивым к малым изменениям исходных данных. На рис. 13 для наглядности наборы точек для различных случаев смещены, однако в действительности соответствуют одинаковому значению  $\delta$ .

**Заключение к главе 6.** Таким образом, на основе байесовского подхода, а именно его реализации методом Метрополиса–Гастингса, а также послойного восстановления параметров среды продемонстрирована возможность использования предлагаемого аналитического подхода для решения обратной задачи. Рассмотрено три варианта априорной информации: известные значения параметров в одной ячейке верхнего слоя, известная частотная зависимость времени пробега волны вдоль профиля и известные дисперсионные кривые в каждой зоне. При этом невязка по параметрам между истинной и восстановленной моделями не превышает 3%. Показано, что для стохастической постановки с увеличением количества априорной информации, решение становится более устойчивым.

Кроме того, продемонстрировано, что совместное использование амплитудных и скоростных данных не только повышает точность решения, но и позволяет обеспечить его единственность в ситуации, когда информации лишь об одной характеристике ПАВ недостаточно.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе поставлены и решены фундаментальные задачи математической геофизики, касающиеся поведения амплитудных характеристик ПАВ в неоднородных средах и открывающие возможности как для совершенствования существующих пассивных поверхностно-волновых методов изучения геофизических сред, так и их объединения друг с другом.

Проведенные исследования позволили получить следующие новые научные результаты:

1. Предложен подход, позволяющий описывать изменение амплитуды ПАВ на поверхности системы при переходе из одной слоистой среды с нормальной дисперсией в другую.
2. Математическая модель была валидирована на переходах ПАВ из однослойной в однослойную и двухслойную системы и из двухслойной в двухслойную с помощью сравнения с результатами численного моделирования.
3. Произведено подробное сравнение аналитического и численного подхода к моделированию прямой задачи микросейсмического зондирования и определена область применения предлагаемой математической модели.
4. Проанализирована чувствительность амплитуды поверхностной волны к изменению скоростей продольных и поперечных волн в многослойной среде и показано, что не существует доминирующего параметра, к которому наиболее чувствительна амплитуда ПАВ на поверхности среды. Вклад различных упругих параметров существенно зависит от выбора модели и частоты.
5. Продemonстрирована возможность применения предлагаемого подхода для систем с произвольной конфигурацией упругих параметров в пространстве и получения

синтетических данных ММЗ. Получаемые решения соответствуют результатам численного моделирования. Также показана сходимость решения.

6. На основе алгоритма получения синтетических данных проанализирована возможность его использования для решения обратной задачи. Невязка по параметрам между истинной и восстановленной средой составляет менее 3%. Кроме того, исследована устойчивость решения в зависимости от типа априорной информации.

Предложенный аналитический подход открывает перспективы дальнейшей разработки темы диссертации, заключающиеся в возможности получать синтетические данные микросейсмического зондирования для сложнопостроенных сред, а также реализации алгоритмов инверсии ММЗ, что позволяет преобразовать его интерпретацию с качественной на количественную.

Рекомендации к дальнейшим исследования по теме диссертации состоят в обобщении математической модели на трехмерный случай и случай аномальной дисперсии, а также анализ и развитие подходов к параметризации, постобработке и решению обратной задачи.

## **СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

### **Публикации в периодических изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки России:**

1. Жостков Р. А., Жарков Д. А. Амплитудные характеристики волн рэлеевского типа в горизонтально-неоднородных слоистых средах // Акустический журнал. 2024. Т. 70. № 6. С. 907–920.
2. Собисевич А. Л., Жарков Д. А., Жостков Р. А. Развитие теории амплитудных методов в поверхностно-волновых сейсмоакустических исследованиях // Доклады Российской академии наук. Науки о Земле. 2025. Т. 522. № 2. С. 310–318.
3. Жостков Р. А., Жарков Д. А. Чувствительность амплитуды волны рэлеевского типа на поверхности к изменению параметров неоднородной среды // Акустический журнал. 2025. Т. 71. № 3. С. 438–448.

### **Свидетельства о регистрации прав на ПО:**

1. Жарков Д. А. Программа для расчёта вертикальных профилей компонент смещений волн Рэлея в слоистой среде. № 2023669232. Дата получения: 12 сентября 2023 г.

Подписано в печать 02.12.2025 г.  
Формат 64×84/16. Объем 1,5 усл.  
печ. л. Тираж 100 шт.

Отпечатано в ИАЦ ИФЗ РАН  
123242, г. Москва, Б.Грузинская ул., д. 10, стр. 1  
Тел./факс: (499) 254 90 88. E-mail: serg@tigrapress.ru